2

1. 길이 구하기 → 2. 넓이 구하기

삼각비의 활용

이 단원을 배우면 삼각비를 활용하여 두 지점 사이의 거리나 건물의 높이 등을 구할 수 있다.

또, 도형의 넓이를 구할 수 있다.

2-1 길이 구하기

• **학습 목표** _ 삼각비를 활용하여 두 지점 사이의 거리나 건물의 높이 등을 구할 수 있다.

➔ 직접 재지 않고 길이를 구할 수 있다.

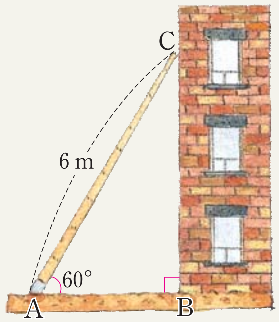
관심 트기

생각 트기

오른쪽 그림과 같이 길이가 6 m인 막대기를 지면과 이루는 각의 크기가 60°가 되도록 벽에 기대어 놓았다.

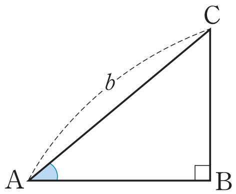
(1) $\overline{AB}$의 길이를 60°에 대한 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.

(2) $\overline{BC}$의 길이를 60°에 대한 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.



직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알 때, 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구해 보자.

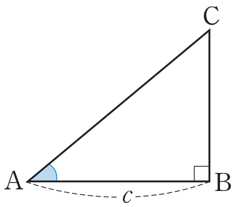
오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 크기가 주어지고 빗변 AC의 길이가 b일 때,



$$\sin A=\frac{\overline{BC}}{b}\text{에서}\quad \overline{BC}=b\sin A$$

$$\cos A=\frac{\overline{AB}}{b}\text{에서}\quad \overline{AB}=b\cos A$$

이고, $\angle A$의 크기가 주어지고 변 AB의 길이가 c일 때,



$$\tan A=\frac{\overline{BC}}{c}\text{에서}\quad \overline{BC}=c\tan A$$

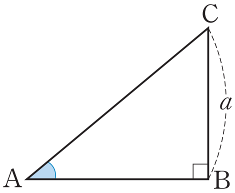
$$\cos A=\frac{c}{\overline{AC}}\text{에서}\quad \overline{AC}=\frac{c}{\cos A}$$

이다.

또, $\angle$A의 크기가 주어지고 변 BC의 길이가 a일 때,

$$\sin A=\frac{a}{\overline{\mathrm{AC}}}\text{에서}\quad \overline{\mathrm{AC}}=\frac{a}{\sin A}$$

$$\tan A=\frac{a}{\overline{\mathrm{AB}}}\text{에서}\quad \overline{\mathrm{AB}}=\frac{a}{\tan A}$$

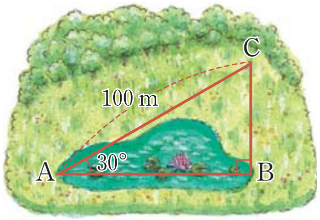


이다.

이와 같은 방법을 활용하면 실생활에서 직접 측정할 수 없는 거리나 길이, 높이 등을 구할 수 있다.

다 함께 1

오른쪽 그림과 같이 연못의 두 지점 A와 B 사이의 거리를 구하기 위하여 $\angle B=90^{\circ}$이고, $\overline{\mathrm{AC}}=100$ m가 되게 C 지점을 잡았더니 $\angle CAB=30^{\circ}$이었다. A와 B 사이의 거리를 구하여라.



풀이 △ABC는 직각삼각형이므로

$$\cos 30^{\circ}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{100}$$

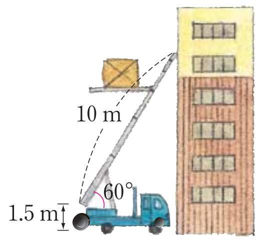
$$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=100\times\cos 30^{\circ}=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=50\sqrt{3}(\mathrm{m})$$

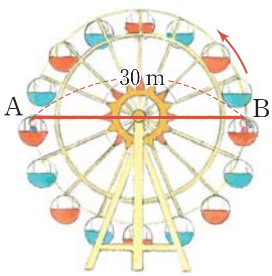
답 $50\sqrt{3}$ m

익힘책과 함께 p. 187
클리노미터로 높이를 구해 보자.

1 오른쪽 그림과 같이 높이가 1.5 m인 이삿짐 차 위에서 길이가 10 m인 사다리를 60° 기울어지도록 건물에 걸쳐 놓았다. 사다리가 걸쳐진 곳까지의 건물 높이를 구하여라.

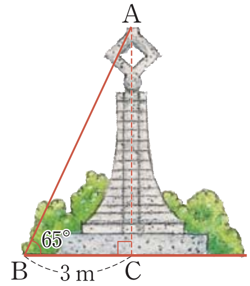


2 오른쪽 그림과 같이 A와 B 지점 사이의 거리가 30 m이고, 1분에 10°씩 시계 반대 방향으로 회전하는 놀이기구의 A와 B 칸에 각각 세진이와 세희가 타고 있다. 지면과 평행한 때부터 6분 후에 세희는 세진이보다 얼마나 더 높은 곳에 있는지 구하여라.



다 함께 2

오른쪽 그림과 같이 기념비 아랫부분 C로부터 3 m 떨어진 지점 B에서 기념비 꼭대기를 올려다본 각이 65°일 때, 기념비의 높이를 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)



풀이 $\triangle ABC$는 $\angle C=90°$인 직각삼각형이므로

$$\tan 65°=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AC}}{3}$$

$$\therefore \overline{AC}=3\times\tan 65°$$

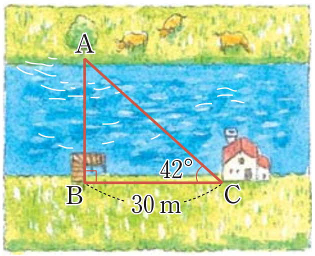
$$=3\times 2.1445$$

$$=6.4335\fallingdotseq 6.4(\text{m})$$

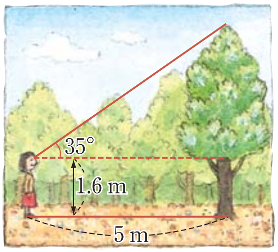
따라서 기념비의 높이는 6.4 m이다.

답 6.4 m

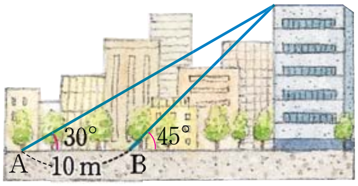
3 오른쪽 그림과 같이 강의 양쪽에 위치한 두 지점 A와 B 사이의 거리를 측정하기 위하여 B와 같은 쪽에 $\overline{BC}=30$ m이고, $\angle B=90°$인 C 지점을 잡았다. $\angle ACB=42°$일 때, A와 B 사이의 거리를 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)



4 오른쪽 그림과 같이 나무로부터 5 m 떨어진 지점에서 나무의 꼭대기를 올려다본 각의 크기가 35°이었다. 사람의 눈의 높이가 1.6 m일 때, 이 나무의 높이를 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)



5 오른쪽 그림과 같이 10 m 떨어진 두 지점 A, B에서 건물의 꼭대기를 올려다본 각의 크기가 각각 30°, 45°일 때, 건물의 높이를 구하여라.



익힘책과 함께 p. 192

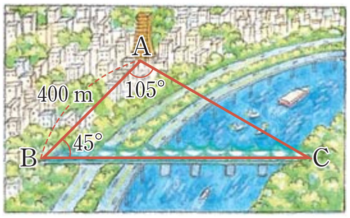
지구에서 태양까지의 거리와 지구에서 달까지의 거리의 비 구하기

삼각형에서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

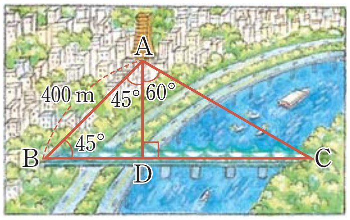
또, 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

다 함께 3

오른쪽 그림과 같이 다리의 길이 BC를 측정하기 위하여 B와 같은 쪽에 $\overline{AB}=400$ m인 A 지점을 잡았다. $\angle ABC=45^\circ$, $\angle BAC=105^\circ$일 때, B와 C 사이의 거리를 구하여라.



풀이 꼭짓점 A에서 대변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하면 $\angle BAD=45^\circ$이므로 $\triangle ABD$는 직각이등변삼각형이다.



$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}$

$\overline{AD}=400\times\sin 45^\circ=400\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=200\sqrt{2}(\mathrm{m})$

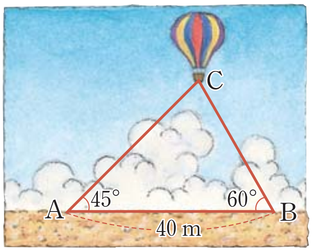
$\triangle ADC$에서

$\overline{DC}=\overline{AD}\times\tan 60^\circ=200\sqrt{2}\times\sqrt{3}=200\sqrt{6}(\mathrm{m})$

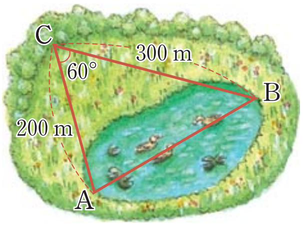
$\therefore \overline{BC}=200\sqrt{2}+200\sqrt{6}=200(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\mathrm{m})$

답 $200(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ m

6 오른쪽 그림과 같이 40 m 떨어진 두 지점 A, B에서 하늘에 떠 있는 기구 C를 올려다본 각의 크기가 각각 45°, 60°일 때, 이 기구의 높이를 구하여라.



7 연못의 폭을 알기 위하여 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 거리와 $\angle ACB$의 크기를 측정하였더니 $\overline{AC}=200$ m, $\overline{BC}=300$ m, $\angle ACB=60^\circ$이었다. 두 지점 A와 B 사이의 거리를 구하여라.

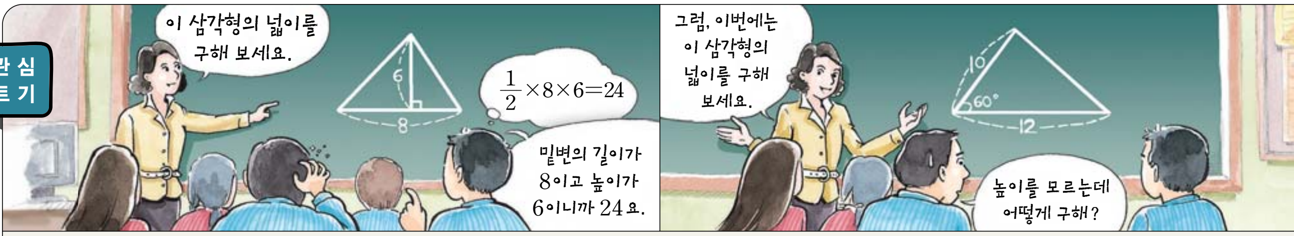


2·2 넓이 구하기

• **학습 목표** _ 삼각비를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

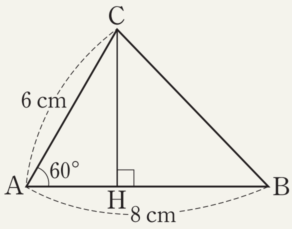
➔ 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

관심 트기



생각 트기

오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC가 있다.

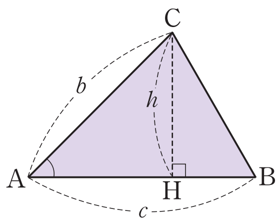


(1) 선분 CH를 60°에 대한 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.

(2) 삼각형의 넓이를 60°에 대한 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.

삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 그 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 ∠A가 예각인 삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 밑변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 CH의 길이를 h라고 하면



$$h=b\sin A$$

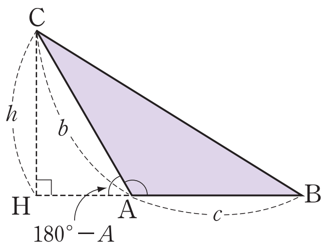
이다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}c\times b\sin A$$
$$=\frac{1}{2}bc\sin A$$

이다.

또, 오른쪽 그림과 같이 ∠A가 둔각인 삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 밑변 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 CH의 길이를 h라고 하면 삼각형 CHA에서



$$\sin(180^\circ - A) = \frac{h}{b}$$

$$h = b\sin(180^\circ - A)$$

이다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}c \times b\sin(180^\circ - A) = \frac{1}{2}bc\sin(180^\circ - A)$$

이다.

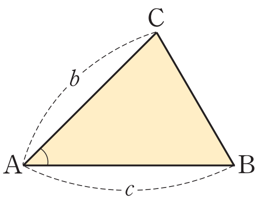
이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 넓이

△ABC에서 두 변의 길이 b, c와 그 끼인 각 ∠A의 크기를 알 때, △ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

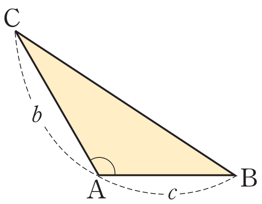
❶ ∠A가 예각인 경우

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A$$



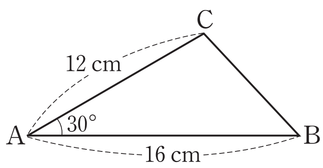
❷ ∠A가 둔각인 경우

$$S = \frac{1}{2}bc\sin(180^\circ - A)$$



다 함께 1

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AC} = 12$ cm, $\overline{AB} = 16$ cm이고 $\angle CAB = 30^\circ$일 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



풀이 △ABC의 넓이를 S라고 하면

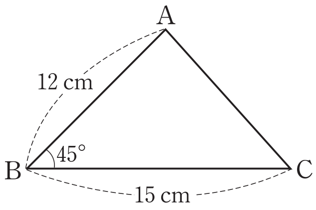
$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AB} \times \sin A = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \sin 30^\circ$$

$$= 48(\text{cm}^2)$$

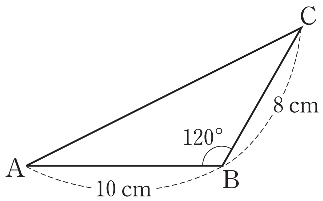
답 48 cm^2

1 다음 그림에서 △ABC의 넓이를 구하여라.

(1)

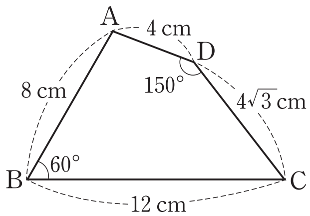


(2)



다 함께 2

오른쪽 그림과 같은 □ABCD의 넓이를 구하여라.



풀이 □ABCD에서 점 A와 C를 연결하고,

□ABCD의 넓이를 S, △ABC의 넓이를 S_1,

△ACD의 넓이를 S_2라고 하면

$$S=S_1+S_2$$

$$=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times \sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$$

$$=24\sqrt{3}+4\sqrt{3}$$

$$=28\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

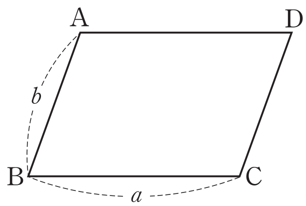
답 $28\sqrt{3}$ cm^2

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

2 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이 S는

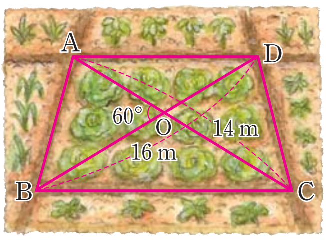
$$S=ab\sin B$$

임을 보여라.



생각과 표현 **문제 해결**

오른쪽 그림은 밭의 일부분이다. 대각선의 길이가 $\overline{AC}=14$ m, $\overline{BD}=16$ m이고, $\angle AOB=60^\circ$일 때, □ABCD의 넓이를 구해 보자.



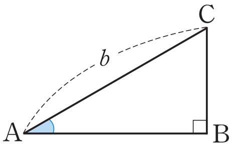
Ⅵ-2 확인 학습

2.1 길이 구하기

$\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서
$\angle A$와 빗변의 길이 b를 알 때,

$$\overline{BC}=b\sin A,\ \overline{AB}=b\cos A$$

이다.



2.2 넓이 구하기

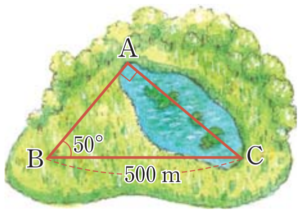
두 변의 길이가 각각 b, c이고 그 끼인 각의 크기가 A인 삼각형의 넓이 S는

$\angle A$가 예각이면 $S=\frac{1}{2}bc\sin A$

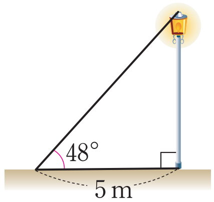
$\angle A$가 둔각이면 $S=\frac{1}{2}bc\sin(180^\circ-A)$

이다.

1. 오른쪽 그림과 같은 연못의 두 지점 A와 C 사이의 거리를 구하기 위하여 $\angle A=90^\circ$이고, $\overline{BC}=500$ m가 되게 B 지점을 잡았더니 $\angle ABC=50^\circ$이었다. A와 C 사이의 거리를 구하여라.

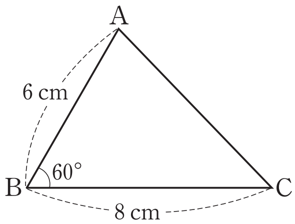


2. 오른쪽 그림과 같은 가로등으로부터 5 m 떨어진 지점에서 가로등 꼭대기를 올려다본 각의 크기가 48°일 때, 이 가로등의 높이를 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

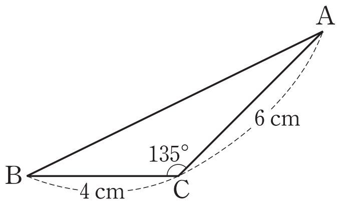


3. 다음 삼각형의 넓이를 구하여라.

(1)

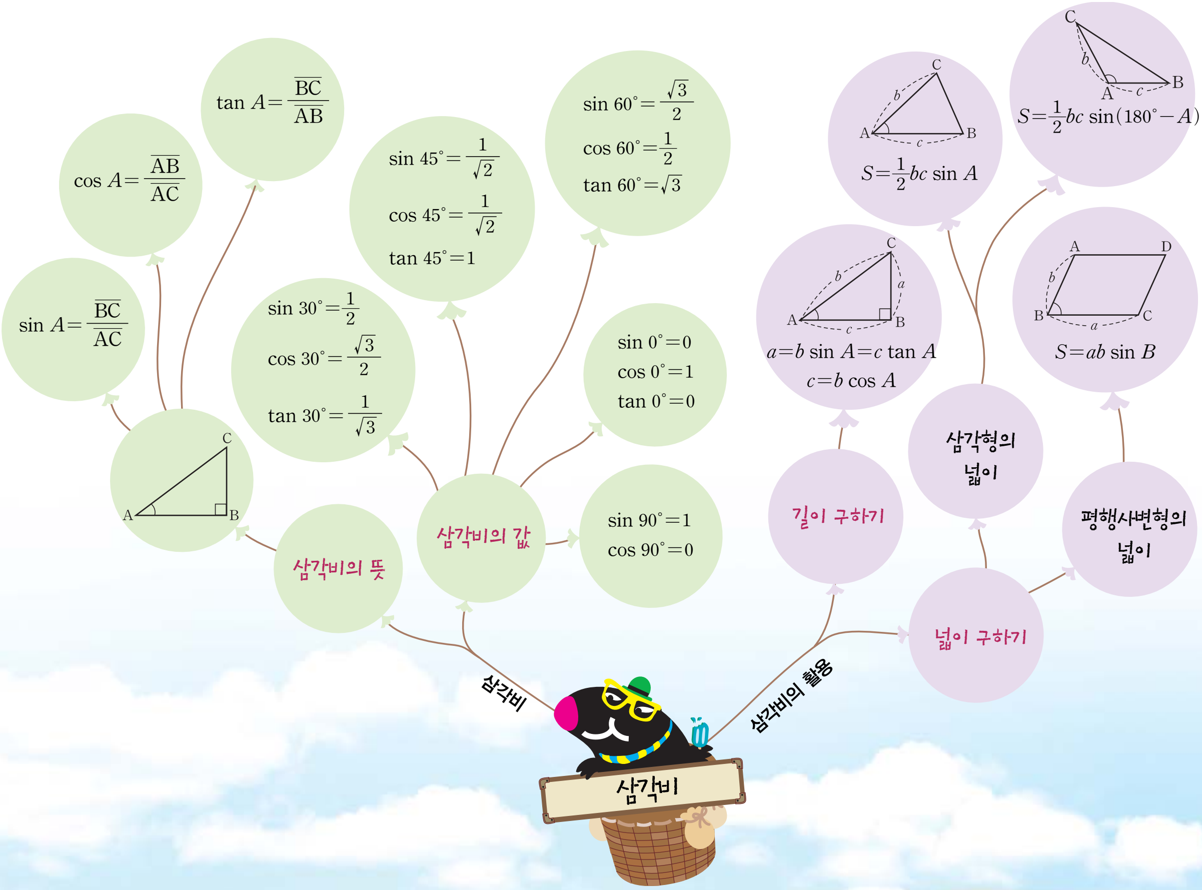


(2)

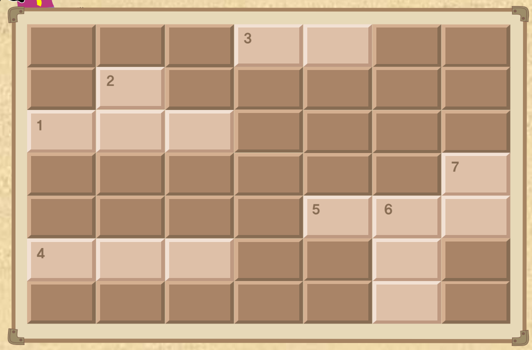


VI 마무리 학습

마인드맵으로 단원을 정리해 보자.



낱말 맞히기



가로 열쇠

1. 직각삼각형의 세 변 가운데 어느 두 변을 취하여 만든 비의 값
3. 직각삼각형에서 직각과 마주 보는 변
4. $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$가 정해졌을 때 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$를 $\angle A$의 □□□라고 한다.
5. $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$가 정해졌을 때 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$를 $\angle A$의 □□□이라고 한다.
6. 한 개의 원을 서로 직교하는 지름으로 나눈 네 부분 중의 하나
7. $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$가 정해졌을 때 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$를 $\angle A$의 □□이라고 한다.

세로 열쇠

2. 각의 크기가 90°인 각